第17講　確率(1)

例題 17 － 1

次の確率を求めよ.

(1)　2つのさいころを同時に投げるとき，目の和が5になる確率.

(2)　3つのさいころを同時に投げるとき，目の和が5になる確率.

(3)　HAKATA の6文字を1列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率.

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 17 ー 1

(1)　3つのさいころを同時に投げるとき，目の和が6になる確率を求めよ.

(2)　SAPPOROの7文字を1列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 17 ー 2

⑴　赤球５個，白球３個が入った袋の中から３個の球をとり出すとき，赤球２個，白球１個が出る確率を求めよ．

⑵　３人で１回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ．

　㈠　１人だけが勝つ確率．　　　㈡　あいこになる確率．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 17 ー 2

(1)　10 本中 3 本が当たりのくじがある．このくじから同時に 3 本引くとき，1 本だけ当たる確率を求めよ．

(2)　A，B，C，D の 4 人で 1 回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ．

(ア)　A だけが負ける確率.　　(イ)　あいこになる確率.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 17 − 3

1のカードが5枚，2のカードが4枚，3のカードが3枚，合計12枚のカードがある．この中から同時に3枚のカードを取り出すとき，次の確率を求めよ．

(1)　3枚のカードの数がすべて同じである確率.

(2)　3枚中2枚のみ同じ数のカードである確率.

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 17 ー 3

白球 6 個，黒球 4 個，赤球 3 個，青球 1 個が 1 つの袋の中に入っている．この袋の中から同時に 3 個の球を取り出すとき，次の確率を求めよ．

(1)　3 個の球の色がすべて同じ確率.

(2)　赤球が少なくとも 1 つ含まれる確率.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 17 ー 4

(1)　Aの袋には白球6個，黒球4個，Bの袋には白球7個，黒球3個が入っている．Aの袋から3個，Bの袋から2個の球を取り出すとき，全部黒球である確率を求めよ．

(2)　さいころを2回投げるとき，次の確率を求めよ．

(ア)　1回目は2の倍数の目，2回目は3以上の目が出る確率．

(イ)　少なくとも1回は1の目が出る確率．

【Point Pickup】

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 17 ー 4

(1)　A の袋には赤球 7 個，青球 4 個，B の袋には赤球 6 個，青球 5 個が入っている．A，B の袋から 1 個ずつ球を取り出すとき，球の色が異なる確率を求めよ．

(2)　さいころを 3 回投げるとき，次の確率を求めよ．

(ア)　出た目が順に 1，2，3 である確率.

(イ)　少なくとも 1 回は 3 の倍数の目が出る確率.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第17講　確率(1)

(1)　さいころを3回投げるとき，目の和が7になる確率は $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である.

(2)　赤球4個，白球3個，青球2個，黒球1個が入った袋から同時に3個の球を取り出すとき，色がすべて異なる確率は $\frac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$，青球が少なくとも1つ含まれる確率は $\frac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}$ である.

(3)　ジョーカーを除く52枚のトランプから1枚抜き取り，カードを見てからもとに戻すことを3回行うとき，3回目に初めてスペードが出る確率は $\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サシ}}$ である.

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< Note >

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第17講　確率(1)

例題 17 − 1

次の確率を求めよ.

(1)　2つのさいころを同時に投げるとき，目の和が5になる確率.

(2)　3つのさいころを同時に投げるとき，目の和が5になる確率.

(3)　HAKATAの6文字を1列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率.

(1)　2つのさいころの目の出方は 6^2 通り

目の和が5になるのは (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1) の4通り

よって求める確率は　$\dfrac{4}{6^2}=\dfrac{4}{6\cdot 6}=\mathbf{\dfrac{1}{9}}$

(2)　3つのさいころの目の出方は 6^3 通り

目の和が5になるのは，目の組合せが

(1, 1, 3) のとき　$\dfrac{3!}{2!}=3$（通り）　　(1, 2, 2) のとき　$\dfrac{3!}{2!}=3$（通り）

全部で $3+3=6$ 通り

よって求める確率は　$\dfrac{6}{6^3}=\mathbf{\dfrac{1}{36}}$

(3)　3つのAを A_1, A_2, A_3 とする.

6文字を並べる方法は　6! 通り

母音と子音が交互に並ぶのは，(i)母子母子母子　　(ii)子母子母子母　の場合がある.

(i)のとき　　母音 A_1, A_2, A_3 の並べ方は　3! 通り

子音 H, K, T の並べ方は　3! 通り　　　　よって　$3!\times 3!$ 通り

(ii)のとき　(i)と同様　$3!\times 3!$ 通り

したがって求める確率は　$\dfrac{3!\times 3!+3!\times 3!}{6!}=\dfrac{3!\times 3!\times 2}{6!}=\dfrac{3\cdot 2\cdot 1\times 2}{6\cdot 5\cdot 4}=\mathbf{\dfrac{1}{10}}$

類題 17 − 1

(1)　3つのさいころを同時に投げるとき，目の和が6になる確率を求めよ.

(2)　SAPPOROの7文字を1列に並べるとき，母音と子音が交互に並ぶ確率を求めよ.

(1)　3つのさいころの目の出方は 6^3 通り

目の和が6になるのは，目の組合せが

(1, 1, 4) のとき　$\dfrac{3!}{2!}=3$（通り）　　(1, 2, 3) のとき　$3!=6$（通り）

(2, 2, 2) のとき　1通り

全部で $3+6+1=10$ 通り

よって求める確率は　$\dfrac{10}{6^3}=\mathbf{\dfrac{5}{108}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　2 つの P を P_1，P_2，2 つの O を O_1，O_2 とする．
7 文字を並べる方法は　7! 通り
母音と子音が交互に並ぶのは，子母子母子母子　の場合のみ．
母音 A，O_1，O_2 の並べ方は　3! 通り
子音 S，P_1，P_2，R の並べ方は　4! 通り　　　　よって　3!×4! 通り
したがって求める確率は　$\dfrac{3!\times4!}{7!}=\dfrac{3\cdot2\cdot1}{7\cdot6\cdot5}=\mathbf{\dfrac{1}{35}}$

例題 17 － 2
(1)　赤球 5 個，白球 3 個が入った袋の中から 3 個の球をとり出すとき，赤球 2 個，白球 1 個が出る確率を求めよ．
(2)　3 人で 1 回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ．
(ア)　1 人だけが勝つ確率．　　　(イ)　あいこになる確率．

(1)　8 個から 3 個取り出す組合せは　${}_8C_3=\dfrac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=8\cdot7$（通り）
このうち，赤球 2 個，白球 1 個を取り出す組合せは
${}_5C_2\times{}_3C_1=\dfrac{5\cdot4}{2\cdot1}\times3=5\cdot2\cdot3$（通り）
よって求める確率は　$\dfrac{{}_5C_2\times{}_3C_1}{{}_8C_3}=\dfrac{5\cdot2\cdot3}{8\cdot7}=\mathbf{\dfrac{15}{28}}$

(2)　3 人の手の出し方は全部で 3^3 通り
(ア)　1 人だけが勝つとき，その勝者の決まり方は　${}_3C_1$ 通り
勝者の手の出し方は　グー，チョキ，パーの 3 通り
よって求める確率は　$\dfrac{{}_3C_1\times3}{3^3}=\mathbf{\dfrac{1}{3}}$
(イ)　2 人が勝つとき，その勝者の決まり方は　${}_3C_2$ 通り
勝者の手の出し方は　グー，チョキ，パーの 3 通り
よって 2 人が勝つ確率は　$\dfrac{{}_3C_2\times3}{3^3}=\dfrac{1}{3}$
したがってあいこになる確率は　$1-\left(\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}\right)=\mathbf{\dfrac{1}{3}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

類題 17 − 2

(1)　10本中3本が当たりのくじがある．このくじから同時に3本引くとき，1本だけ当たる確率を求めよ．

(2)　A，B，C，Dの4人で1回じゃんけんをするとき，次の確率を求めよ．

(ア)　Aだけが負ける確率.　　(イ)　あいこになる確率.

(1)　10本中3本引く組合せは　${}_{10}C_3=\dfrac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=10\cdot3\cdot4$（通り）

このうち，1本だけ当たりくじを引くのは，当たりくじ3本から1本，はずれくじ7本から2本引く場合で　${}_3C_1\times{}_7C_2=3\times\dfrac{7\cdot6}{2\cdot1}=3\cdot7\cdot3$（通り）

よって求める確率は　$\dfrac{{}_3C_1\times{}_7C_2}{{}_{10}C_3}=\dfrac{3\cdot7\cdot3}{10\cdot3\cdot4}=\boldsymbol{\dfrac{21}{40}}$

(2)　4人の手の出し方は全部で3^4通り

(ア)　Aだけが負けるとき，その手の出し方はグー，チョキ，パーの3通り

よって求める確率は　$\dfrac{3}{3^4}=\boldsymbol{\dfrac{1}{27}}$

(イ)　3人が勝つとき，勝者の決まり方および手の出し方を考えて

その確率は　$\dfrac{{}_4C_3\times3}{3^4}=\dfrac{4\times3}{3^4}=\dfrac{4}{27}$

2人だけが勝つ確率は　$\dfrac{{}_4C_2\times3}{3^4}=\dfrac{6\times3}{3^4}=\dfrac{2}{9}=\dfrac{6}{27}$

1人だけが勝つ確率は　$\dfrac{{}_4C_1\times3}{3^4}=\dfrac{4\times3}{3^4}=\dfrac{4}{27}$

よってあいこになる確率は　$1-\left(\dfrac{4}{27}+\dfrac{6}{27}+\dfrac{4}{27}\right)=\boldsymbol{\dfrac{13}{27}}$

例題 17 − 3

[1]のカードが5枚，[2]のカードが4枚，[3]のカードが3枚，合計12枚のカードがある．この中から同時に3枚のカードを取り出すとき，次の確率を求めよ．

(1)　3枚のカードの数がすべて同じである確率.

(2)　3枚中2枚のみ同じ数のカードである確率.

12枚のカードから3枚を取り出す場合の数は　${}_{12}C_3=\dfrac{12\cdot11\cdot10}{3\cdot2\cdot1}=2\cdot11\cdot10$（通り）

(1)　3枚のカードの数がすべて同じなのは

(i)　3枚とも[1]　　(ii)　3枚とも[2]　　(iii)　3枚とも[3]

のときであり，(i)，(ii)，(iii)は互いに排反である．

よって求める確率は　$\dfrac{{}_5C_3}{{}_{12}C_3}+\dfrac{{}_4C_3}{{}_{12}C_3}+\dfrac{{}_3C_3}{{}_{12}C_3}=\dfrac{10+4+1}{2\cdot11\cdot10}=\dfrac{15}{2\cdot11\cdot10}=\boldsymbol{\dfrac{3}{44}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　3 枚のカードの数がすべて異なるのは，1，2，3のカードを 1 枚ずつ取り出すとき．

その確率は　$\dfrac{{}_5C_1\times{}_4C_1\times{}_3C_1}{{}_{12}C_3}=\dfrac{5\times4\times3}{2\cdot11\cdot10}=\dfrac{3}{11}=\dfrac{12}{44}$

「3 枚中 2 枚のみ同じ数」という事象は「3 枚のカードの数がすべて同じ または すべて異なる」という事象の余事象である．

よって求める確率は　$1-\left(\dfrac{3}{44}+\dfrac{12}{44}\right)=\mathbf{\dfrac{29}{44}}$

類題 17 ー 3

白球 6 個，黒球 4 個，赤球 3 個，青球 1 個が 1 つの袋の中に入っている．この袋の中から同時に 3 個の球を取り出すとき，次の確率を求めよ．

(1)　3 個の球の色がすべて同じ確率．

(2)　赤球が少なくとも 1 つ含まれる確率．

14 個の球から 3 個を取り出す場合の数は　${}_{14}C_3=\dfrac{14\cdot13\cdot12}{3\cdot2\cdot1}=7\cdot13\cdot4$（通り）

(1)　3 個の球の色がすべて同じになるのは，

(i)　3 個とも白　　(ii)　3 個とも黒　　(iii)　3 個とも赤

のときであり，(i)，(ii)，(iii)は互いに排反である．

よって求める確率は　$\dfrac{{}_6C_3}{{}_{14}C_3}+\dfrac{{}_4C_3}{{}_{14}C_3}+\dfrac{{}_3C_3}{{}_{14}C_3}=\dfrac{20+4+1}{7\cdot13\cdot4}=\dfrac{25}{7\cdot13\cdot4}=\mathbf{\dfrac{25}{364}}$

(2)「赤球が少なくとも 1 つ含まれる」という事象は，「赤球が 1 つも含まれない」という事象の余事象である．

赤球が 1 つも含まれないのは，赤球 3 個を除く残り 11 個から 3 個取り出したときで

その確率は　$\dfrac{{}_{11}C_3}{{}_{14}C_3}=\dfrac{11\cdot5\cdot3}{7\cdot13\cdot4}=\dfrac{165}{364}$

よって求める確率は　$1-\dfrac{165}{364}=\mathbf{\dfrac{199}{364}}$

ⓒRECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

例題 17 － 4

(1)　A の袋には白球 6 個，黒球 4 個，B の袋には白球 7 個，黒球 3 個が入っている．A の袋から 3 個，B の袋から 2 個の球を取り出すとき，全部黒球である確率を求めよ．

(2)　さいころを 2 回投げるとき，次の確率を求めよ．

(ア)　1 回目は 2 の倍数の目，2 回目は 3 以上の目が出る確率．

(イ)　少なくとも 1 回は 1 の目が出る確率．

(1)　A の袋から黒球 3 個を取り出す確率は　$\dfrac{{}_4C_3}{{}_{10}C_3}=\dfrac{4}{10\cdot3\cdot4}=\dfrac{1}{30}$

B の袋から黒球 2 個を取り出す確率は　$\dfrac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}=\dfrac{3}{5\cdot9}=\dfrac{1}{15}$

A の袋から球を取り出す試行と B の袋から球を取り出す試行は独立であるから，

求める確率は　$\dfrac{1}{30}\times\dfrac{1}{15}=\boldsymbol{\dfrac{1}{450}}$

(2)　さいころを 2 回投げるとき，2 回の試行は独立である．

(ア)　1 回目に 2 の倍数の目が出る確率は　$\dfrac{3}{6}$

2 回目に 3 以上の目が出る確率は　$\dfrac{4}{6}$

よって求める確率は　$\dfrac{3}{6}\times\dfrac{4}{6}=\boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

(イ)　2 回とも 1 の目が出ない確率は　$\left(\dfrac{5}{6}\right)^2=\dfrac{25}{36}$

よって求める確率は　$1-\dfrac{25}{36}=\boldsymbol{\dfrac{11}{36}}$

類題 17 － 4

(1)　A の袋には赤球 7 個，青球 4 個，B の袋には赤球 6 個，青球 5 個が入っている．A，B の袋から 1 個ずつ球を取り出すとき，球の色が異なる確率を求めよ．

(2)　さいころを 3 回投げるとき，次の確率を求めよ．

(ア)　出た目が順に 1，2，3 である確率．

(イ)　少なくとも 1 回は 3 の倍数の目が出る確率．

(1)　取り出した球の色が異なるのは

(i)　A から赤，B から青　　　(ii)　A から青，B から赤

のいずれか．

(i)の確率は　$\dfrac{{}_7C_1}{{}_{11}C_1}\times\dfrac{{}_5C_1}{{}_{11}C_1}=\dfrac{35}{121}$　　(ii)の確率は　$\dfrac{{}_4C_1}{{}_{11}C_1}\times\dfrac{{}_6C_1}{{}_{11}C_1}=\dfrac{24}{121}$

よって求める確率は　$\dfrac{35}{121}+\dfrac{24}{121}=\boldsymbol{\dfrac{59}{121}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

(2)　(ア)　求める確率は　$\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{216}$

(イ)　3 回とも 3 の倍数の目が出ない確率は　$\left(\frac{4}{6}\right)^3=\frac{8}{27}$

よって求める確率は　$1-\frac{8}{27}=\mathbf{\frac{19}{27}}$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第 17 講　確率(1)

(1)　さいころを 3 回投げるとき，目の和が 7 になる確率は $\dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イウ}}$ である.

(2)　赤球 4 個，白球 3 個，青球 2 個，黒球 1 個が入った袋から同時に 3 個の球を取り出すとき，色がすべて異なる確率は $\dfrac{\boxed{エ}}{\boxed{オカ}}$，青球が少なくとも 1 つ含まれる確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}$ である.

(3)　ジョーカーを除く 52 枚のトランプから 1 枚抜き取り，カードを見てからもとに戻すことを 3 回行うとき，3 回目に初めてスペードが出る確率は $\dfrac{\boxed{コ}}{\boxed{サシ}}$ である.

解答例

(1)　3 回の目の出方は 6^3 通り.　目の和が 7 になるのは，目の組合せが

$(1,\ 1,\ 5)$ のとき　$\dfrac{3!}{2!}=3$（通り）　$(1,\ 2,\ 4)$ のとき　$3!=6$（通り）

$(1,\ 3,\ 3)$ のとき　$\dfrac{3!}{2!}=3$（通り）　$(2,\ 2,\ 3)$ のとき　$\dfrac{3!}{2!}=3$（通り）　のときで

全部で $3+6+3+3=15$（通り）　よって求める確率は　$\dfrac{15}{6^3}=\mathbf{\dfrac{5}{72}}$

(2)　10 個の球から 3 個を取り出す場合の数は　${}_{10}C_3=\dfrac{10\cdot9\cdot8}{3\cdot2\cdot1}=10\cdot3\cdot4$（通り）

3 個の球の色がすべて異なるのは，取り出す球の色が

(i)　赤，白，青　(ii)　赤，白，黒　(iii)　赤，青，黒　(iv)　白，青，黒

のときである.

よって求める確率は

$$\frac{{}_4C_1\times{}_3C_1\times{}_2C_1}{{}_{10}C_3}+\frac{{}_4C_1\times{}_3C_1\times{}_1C_1}{{}_{10}C_3}+\frac{{}_4C_1\times{}_2C_1\times{}_1C_1}{{}_{10}C_3}+\frac{{}_3C_1\times{}_2C_1\times{}_1C_1}{{}_{10}C_3}$$

$$=\frac{24+12+8+6}{10\cdot3\cdot4}=\frac{50}{10\cdot3\cdot4}=\mathbf{\frac{5}{12}}$$

「青球が少なくとも 1 つ含まれる」という事象は，「青球が 1 つも含まれない」という事象の余事象である．青球が 1 つも含まれないのは，青球 2 個を除く残り 8 個から 3 個取り出したときで，その確率は　$\dfrac{{}_8C_3}{{}_{10}C_3}=\dfrac{\frac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}}{{}_{10}C_3}=\dfrac{4\cdot7\cdot2}{10\cdot3\cdot4}=\dfrac{7}{15}$

よって求める確率は　$1-\dfrac{7}{15}=\mathbf{\dfrac{8}{15}}$

(3)　1，2 回目にスペード以外が出て，3 回目にスペードが出るときで，その確率は

$$\left(1-\frac{13}{52}\right)^2\times\frac{13}{52}=\left(\frac{3}{4}\right)^2\times\frac{1}{4}=\mathbf{\frac{9}{64}}$$

ⒸRECRUIT HOLDINGS

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。